

2021年度 駒場東邦中学校(問題)

4 2021, 6564 のように, 連続する 2 つの 2 けたの整数を並べてできた, 4 けたの整数を考えます。

- (1) このような整数は, 全部で何個ありますか。
- (2) このような整数すべての平均を求めなさい。
- (3) このような 4 けたの整数のうち, 47 の倍数をすべて求めなさい。

2021年度 駒場東邦中学校(解説)

4

(1) A を 2 桁の整数とすると $A(A+1)$ 形の整数は

$$A = 10, 11, 12, \dots, 98 \text{ より,}$$

$$98 - 10 + 1 = 89 \text{ 個あり,}$$

$(A+1)A$ 形の整数も 89 個あるので,

全部で $89 \times 2 = \underline{178 \text{ 個}}$ あります。

(2) $A(A+1)$ 形の整数は

$$A \times 100 + (A+1) = A \times 101 + 1 \text{ となるので,}$$

101 ずつ増える等差数列。

よって、平均は

$$(\text{最小の数} + \text{最大の数}) \div 2 = (1011 + 9899) \div 2 = 10910 \div 2 = 5455.$$

また、 $(A+1)A$ の整数は

$$(A+1) \times 100 + A = A \times 100 + 100 + A \times 1 = 101 \times 100 \text{ となるの}$$

で、101 ずつ増える等差数列。

よって、平均は

$$(1110 + 9998) \div 2 = 11108 \div 2 = 5554.$$

また、 $A(A+1)$ の整数の個数と $(A+1)A$ の整数の個数は 1 : 1 なので、

全体の平均は

$$(5455 + 5554) \div (1 + 1) = 11009 \div 2 = \underline{5504.5} \text{ です。}$$

(3) 1000 より大きい 47 の倍数は

$$1000 \div 47 = 21.2\dots \text{より, } 47 \times 22 = 1034 \text{ が最小。}$$

次々に 47 を足していくと...

1081, 1128, 1175, 1222, 1269, 1316, 1363, 1410, 1457, 1504, 1551, 1598,
1645, 1692, 1739, 1786, 1833, 1880, 1927, 1974, 2021, 2068, 2115, 2162,
2209, 2256, 2303, 2350, 2393, 2444, 2491, 2538, 2585, 2632, 2679, 2726
...

よって、 $A(A+1)$ 形の最小の数は 2021、 $(A+1)A$ 形の最小の数は 2726 となる。

また、 $A(A+1)$ 形の数、 $(A+1)A$ 形の数はともに 101 ずつ増える等差数列で、

47 の倍数は 47 ずつ増える等差数列なので、 $101 \times 47 = 4747$ ごとに一致する。

よって、2021, 2726 以外の数は

$$2021 + 4747 = 6768 \text{ と } 2726 + 4747 = 7473 \text{ の 2 個。}$$

よって、全部で

$$\underline{2021, 2726, 6768, 7473} \text{ です。}$$