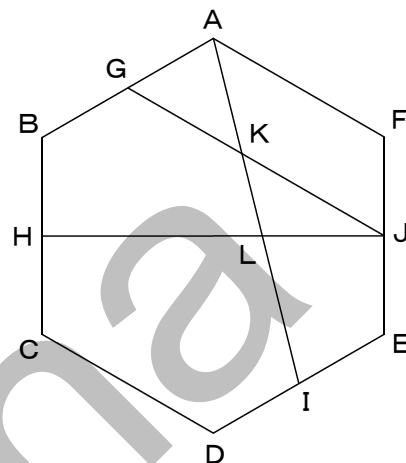


2021年度 慶應義塾普通部(問題)

- 9 正六角形 $ABCDEF$ の辺 AB , BC , DE , EF の真ん中の点をそれぞれ G , H , I , J とし, AI と GJ , HJ が交わる点をそれぞれ K , L とします。このとき, $AK : KL : LI$ を最も簡単な整数の比で求めなさい。



2021年度 慶應義塾普通部(解説)

9 右図のように、 AB の延長と DC の延長の交点を M 、 AF の延長と DE の延長の交点を O とすると、 $\triangle BCM$ と $\triangle EFO$ はともに、正六角形 $ABCDEF$ を右図のように6等分した正三角形と合同な正三角形となる。

また、GJの延長とEOの交点をNとするとAOとGNは平行なので

$$EN : NO = EJ : JF$$

M 

$= 1 : 1$ 。つまり

NはE Oの真ん中の点なので
正六角形の1辺の長さを2

とすると, $EN = 1$ 。また, $IE = 1$, $AG = 1$ 。

また、 AB と DE は平行なので、
 $\triangle AKG$ と $\triangle IKN$ は相似で、相似比は

$AG : IN = 1 : (1 + 1) = 1 : 2$ 。よって、 $AK : KI = 1 : 2 \cdot (7)$ となる。

次に、 AB と DE は平行なので、 $\triangle ALM$ と $\triangle ILO$ は相似で、相似比は

AM : IO = (2 + 2) : (1 + 2) = 4 : 3。よって、AL : LI = 4 : 3 $\cdot$ (1) となる。

(7), (1)より, AI の長さを 1 とすると, $AK = 1 \times \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$, $KI = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ 。

$$L I = 1 \times \frac{3}{4+3} = \frac{3}{7} \text{ となるので, } K L = \frac{2}{3} - \frac{3}{7} = \frac{5}{21}。$$

したがって、 $AK : KL : LI = \frac{1}{3} : \frac{5}{21} : \frac{3}{7} = \frac{7}{21} : \frac{5}{21} : \frac{9}{21}$
 $= 7 : 5 : 9$ です。

