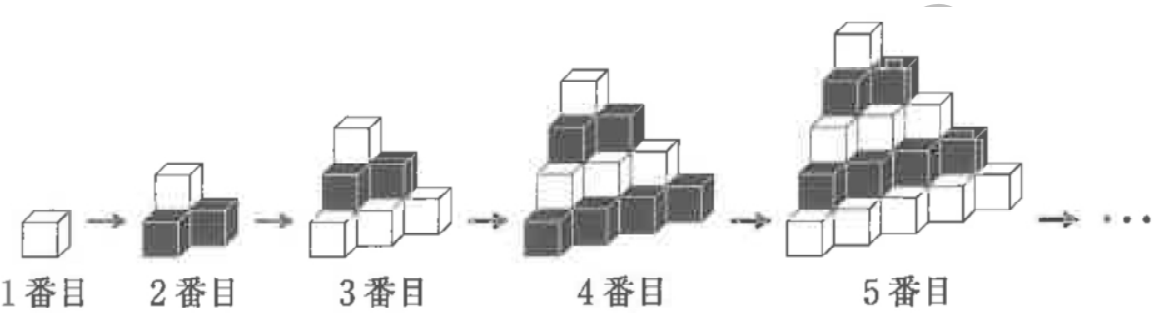
2021年度　海城中学校(問題)

6　すべての面が白色の立方体と，すべての面が黒色の立方体がたくさんあり，いずれも 1 辺が 1cm です。これらを使って下の図のように立体を作ります。ただし，同じ段には同じ色の立方体が使われているものとします。例えば，3 番目にできる立体は，上から 1 段目が 1 個の白色の立方体，上から 2 段目が 3 個の黒色の立方体，上から 3 段目が 6 個の白色の立方体ができています。



(1)　6 番目にできる立体の表面のうち，黒い部分の面積を求めなさい。

(2)　6 番目にできる立体の表面のうち，白い部分の面積を求めなさい。/

(3)　□番目にできる立体の表面のうち白い部分をすべて黒色に塗(ぬ)った後，この立体をばらばらにしました。このとき白く残った部分の面積の合計は 720cm^2 でした。□にあてはまる数を求めなさい。

soshis

2021年度　海城中学校(解説)

6

(1)　6 番目にできる立体を，上，左右，前後の 5 方向から見ると，1 辺 1cm の黒の正方形はそれぞれの方向から 2 + 4 + 6 = 12 個ずつ見える。
また，下の面は全部黒なので，下方向から見える黒の正方形の個数は
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 個。
よって，6 番目の立体の表面に現れる黒の正方形は全部で
12 × 5 + 21 = 81 個。
また，正方形 1 個の面積は 1 × 1 = 1cm^2 なので，
6 番目の立体の表面のうち，黒い部分の面積は
1 × 81 = 81cm^2　です。

(2)　6 番目にできる立体を，上，左右，前後の 5 方向から見ると，1 辺 1cm の白の正方形はそれぞれの方向から 1 + 3 + 5 = 9 個ずつ見える。
下から見ると白い面はないので表面に現れる白い正方形の個数は
9 × 5 = 個。
よって，白い部分の面積は 1 × 45 = 45cm^2　です。

(3)　できた立体の表面のうち白い部分をすべて黒色に塗った後，内部に残る白い正方形の個数は，上下方向に 1 番目の立体から順に
0，1，1 + (1 + 2) = 4，4 + (1 + 2 + 3) = 10，10 + (1 + 2 + 3 + 4) = 20，
20 + (1 + 2 + ‥ + 5) = 35，35 + (1 + 2 + ‥ + 6) = 56，
56 + (1 + 2 + ‥ + 7) = 84，84 + (1 + 2 + ‥ + 8) = 120，
120 + (1 + 2 + ‥ + 9) = 165，‥となるので 10 番目は 165 個。
また，前後，左右方向には 1 番目の立体から順に
0，0，2 × {(1 + 2) × 2} = 12，12，
12 + 2 × {(1 + 2 + 3 + 4) × 2} = 52，52，
52 + 2 × {(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) × 2} = 136，136，
136 + 2 × {(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) × 2} = 280，280，‥となるので，10 番目は 280 個
よって，10 番目の立体では残る白い正方形の個数は 165 + 280 = 445 個。
11 番目では
{165 + (1 + 2 + ‥10)} + [280 + {2 × (1 + 2 + ‥ + 10) × 2}]
= 220 + 500 = 720 個。
つまり，11 番目の立体をばらばらにしたとき，残った白い部分の面積は
1 × 720 = 720cm^2　となり，適する。
よって，□番目の□にあてはまる数は 11　です。

sohisha