

## 2020年度 桐光学園中学校(問題)

5 次の規則に従う整数を考えます。

**規則**

各位の数のに 0 は使わずに 1 から 9 までの数字を使います。  
2 の倍数でも 3 の倍数でも 5 の倍数でもない数を表します。

この規則で表せる整数を左から小さい順に並べると  
1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 47, 49, 53, 59, 61, …  
となりました。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 1 から 100 までの中で、この規則で表せる整数はいくつありますか。
- (2) 100 から 200 までの中で、この規則で表せる整数はいくつありますか。
- (3) 左から数えて、75 番目の整数を答えなさい。

## 2020年度 桐光学園中学校(解説)

5

- (1) 数列を、2と3と5の最小公倍数の $2 \times 3 \times 5 = 30$ の倍数で区切って、最初から1組、2組、・・・とすると、
- 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, (30), | 31, 37, 41, 43, 47, 49, 53, 59, (60) | ..
- 1組 2組
- 1つの組に8個ずつある。
- よって、1から100まで、 $100 \div 30 = 3$ 余り10より、3組ある。
- また、余り10の中には、1組で10までに2個あるので、同様に $3 + 1 = 4$ 組においても2個あるので、
- 全部で $8 \times 3 + 2 = 24 + 2 = \underline{26}$ 個 あります。
- (2) 100は数列に含まれないので、1から99まで数列に並ぶ数は(1)より、26個・・・(7)。
- また、1から200までに数列に並ぶ数の個数は・・・
- 1から200まで、 $200 \div 30 = 6$ 余り20より、6組分あり、また、余り20の中には1組のようすから、6個あるので、全部で
- $8 \times 6 + 6 = 48 + 6 = 54$ 個。
- このうち、10口となるのは $\dots 30 \times 3 + 11 = 101, 103, 107, 109$ の4個あるので、数列に並ぶ整数は $54 - 4 = 50$ 個・・・(1)。
- (7)、(1)から、100から200までの中にこの規則で表せる整数は
- $50 - 26 = \underline{24}$ 個 あります。
- (3) (2)より、1から200までで、この規則で表せる整数は50個。
- このあと、2、3、5の倍数以外で20口となるのは、適さないので
- 1から210まで数列に並ぶ整数は50個。
- さらに、1から240まで $\dots 50 + 8 = 58$ 個、
- 1から270まで $\dots 58 + 8 = 66$ 個、
- 1から300まで $\dots 66 + 8 = 74$ 個あるので、
- 左から75番目は $300 \div 30 = 10$ 、 $10 + 1 = 11$ 組の最初の適する整数。
- 11組の数は、 $\dots 30 \times 10 + 1 = 301, 307, 311$ 、・・・のうち適する整数なので、最初に数列列に並ぶ整数は311。
- よって、左から75番目は311です。