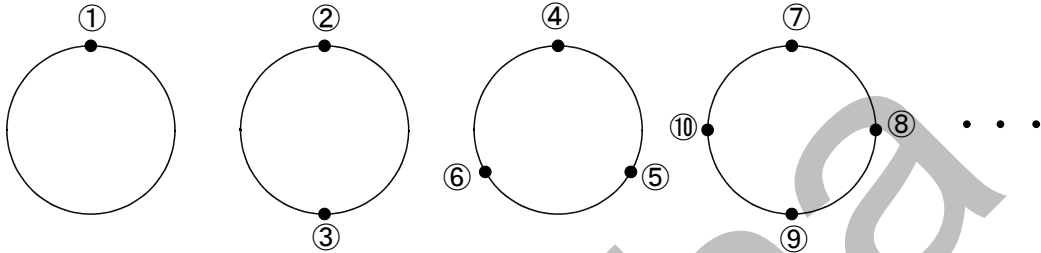


2020年度 湘南学園中学校(B)(問題)

(50 分)

- 6 図のように、円に次のような方法で点を書いていきます。



1 個目の円に点①を書く。

2 個目の円が 2 等分されるように点②, ③を書く。

3 個目の円が 3 等分されるように点④, ⑤, ⑥を書く。

4 個目以降も同様にして円に点を書いていく。

円の周の長さはすべて同じで、点①, ②, ④, ⑦, ……はすべて同じ位置にあります。

次の問いに答えなさい。

- (1) 点⑩は何個目の円に書いてありますか。
- (2) 点③と同じ位置にある点のうち、点③の次にくる点は⑨です。同様に、点⑥と同じ位置にある点のうち、点⑥の次にくる点を答えなさい。
- (3) 2020 個目までの円の中で点⑥と同じ位置にある点は、点⑥もふくめて全部で何個ありますか。
- (4) 12 個目の円で、1 から 11 個目までの円の点と同じ位置にない点は全部で何個ありますか。

2020年度 湘南学園中学校(B)(解説)

6

- (1) 7 個目の円までに書かれた点は $1 + 2 + \cdots + 7 = (1 + 7) \times 7 \div 2 = 28$ 個。
8 個目の円までに書かれた点は $28 + 8 = 34$ 個。

点 ③⑩ は 30 番目の点なので、書いてあるのは 8 番目の円 です。

- (2) 円周の長さを 1 とすると、

点 ⑥ は真上の位置 (① の位置) から右回りに $\frac{2}{3}$ だけ進んだ位置。

よって、点 ⑥ の位置に次に来る点は $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ より、6 番目の円の真上から右回りに

$4 + 1 = 5$ 番目の点。したがって、最初の点 ① から

$(1 + 2 + \cdots + 5) + 5 = (1 + 5) \times 5 \div 2 + 5 = 15 + 5 = 20$ 個目の点なので
点 ②⑩ です。

- (3) 点 ⑥ と同じ位置にある点は、 $\frac{2}{3} = \frac{2 \times \square}{3 \times \square}$ とすると、 $3 \times \square$ 番目の円の真上から右回りに $2 \times \square + 1$ 番目の点。

つまり、点 ⑥ と同じ位置にある点は、3 の倍数番目の円にあるので、
2020 個目までの円の中では

$2020 \div 3 = 673$ 余り 1 より、673 個 あります。

- (4) 12 個目の円の 12 個の点の真上の位置からの右回りの長さは

$$0, \frac{1}{12}, \frac{2}{12} = \frac{1}{6}, \frac{3}{12} = \frac{1}{4}, \frac{4}{12} = \frac{1}{3}, \frac{5}{12}, \frac{6}{12} = \frac{1}{2}, \frac{7}{12}, \frac{8}{12} = \frac{2}{3},$$

$$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}, \frac{10}{12} = \frac{5}{6}, \frac{11}{12} \quad \text{となるので、}$$

1 から 11 個目までの円の点と同じ位置にない点は真上の位置から右回りに

$$\frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{11}{12} \quad \text{の距離にある 4 個 です。}$$