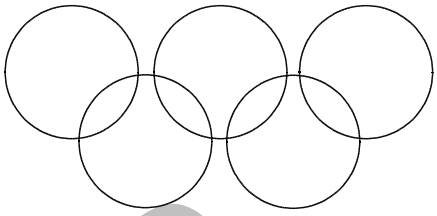
2020年度　栄東中学校Ａ(問題)

5　右の図のように色がぬられていない５つの輪が並んでいます。この輪の線に色をぬるとき，次の問いに答えなさい。ただし，線が重なる輪には同じ色をぬれないものとします。



(1)　青，黄，黒，緑，赤の５色をすべて使って色をぬる方法は何通りありますか。

(2)　青，黄，緑，赤の４色をすべて使って色をぬる方法は何通りありますか。

(3)　緑は青と黄を混ぜた色と考えて，緑と青，緑と黄は線が重なる輪には色をぬれないものとします。このとき，青，黄，黒，緑，赤の５色をすべて使って色をぬる方法は何通りありますか。

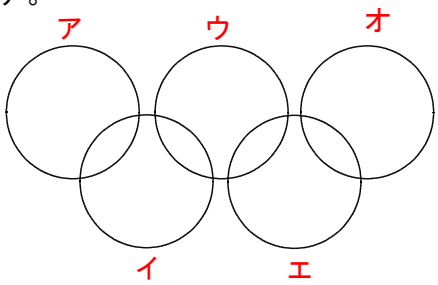
soshisha

2020年度　栄東中学校 A（解説）

5

(1)　5 本の線に 5 色の色をぬるので，5 色の並べ替え。
よって，5 × 4 × 3 × 2 × 1 ＝ 120 通り　です。

(2)　4 色以下でぬる方法は
4 × 3 × 3 × 3 × 3 ＝ 324 通り。
また，3 色でぬる方法は‥
3 色の選び方は，選ばれない色に着目すると 4 通り。
選ばれた 3 色について，3 色以下でぬる方法は
3 × 2 × 2 × 2 × 2 ＝ 48 通り。
このうち，2 色になってしまうのが 2 色の選び方が 3 通り，ぬり方が 2 通りずつあるので，3 色で塗る方法は 48 － 3 × 2 ＝ 42 通り。
よって，3 色でぬる方法は全部で 42 × 4 ＝ 168 通り。
また，2 色でぬる方法は‥
2 色の選び方は異なる 4 個から 2 個選ぶ場合の数から 4 × 3 ÷ 2 ＝ 6 通りで，
それぞれについてぬりかたは 2 通りあるので，2 色でぬる方法は全部で
6 × 2 ＝ 12 通り。
また，1 色ではぬれないので，4 色でぬる方法は全部で，
324 －（168 ＋ 12）＝ 324 － 180 ＝ 144 通り　あります。
（別解）
輪を右図のようにア～オ，
色を 1，2，3，4 で表すと，
（ア，イ，ウ，エ，オ）のぬり方は



（ア，イ）＝（1，2）のとき‥，
（1，2，1，エ，オ）とすると，
（エ，オ）＝（3，4），（4，3）の 2 通り。
（1，2，3，エ，オ）とすると，
（エ，オ）＝（1，4），（2，4），（4，1），（4，2），（4，3）の 5 通り。
（1，2，4，エ，オ）のときも 5 通り。
よって，2 ＋ 5 ＋ 5 ＝ 12 通り。
また，（ア，イ）の組は 4 × 3 ＝ 12 通りあり，それぞれについて，ぬり方は 12 通りずつあるので，全部で 12 × 12 ＝ 144 通り　あります。

(3)　5 色のうち，1 と 2，1 と 3 は隣り合う輪にぬれないものとすると，
5 色全部を使うぬり方は(1)より，120 通り。
このうち，1 と 2 が隣り合うものは 1，2 を組にして，（1，2），3，4，5
または，（2，1），3，4，5 の 4 個の並べ替えと考えて
(4 × 3 × 2 × 1) × 2 ＝ 24 × 2 ＝ 48 通り‥(ｱ)。
また，1 と 3 が隣り合うものは同様に 48 通り‥(ｲ)。
(ｱ)と(ｲ)に重なる 2，1，3，または 3，1，2 の順になっているものは
2，1，3 の順になっているものが(2，1，3)の組と 4，5 の並べ替えから，
3 × 2 × 1 ＝ 6 通り。同様に 3，1，2 の順になっているものも 6 通りあるので，
1 と 2，または 1 と 3 が隣り合うものは
48 ＋ 48 －（6 ＋ 6）＝ 84 通り。
よって，ぬり方は全部で 120 － 84 ＝ 36 通り　あります。

sohisha