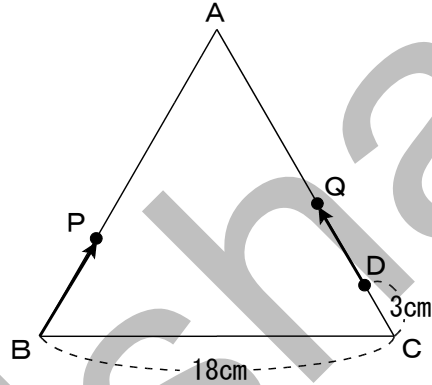


2020年度 桜美林中学校(問題)

- 6 下の図の三角形は、1 辺の長さが 18cm の正三角形です。点 D は辺 AC 上の点であり、CD の長さは 3cm です。点 P は点 B を出発して AB 上を毎秒 3cm で進み、点 Q は点 D を出発して AD 上を毎秒 2cm で進みます。点 P と点 Q は同時に出発し、1 往復して止まります。

このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 点 P が点 B にもどったとき、三角形 ABC と三角形 APQ の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。
- (2) 三角形 APQ がはじめて正三角形になるとき、三角形 ABC と三角形 APQ の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。
- (3) 三角形 APQ が 2 回目に正三角形になるのは点 P, Q が出発してから何秒後ですか。

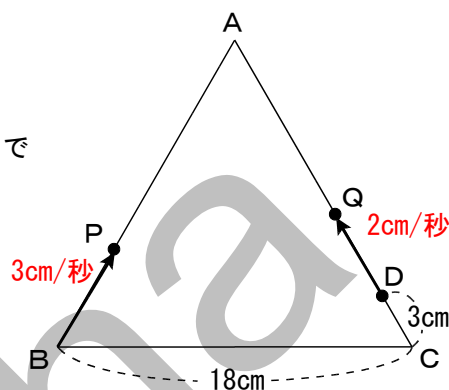
2020年度 桜美林中学校(解説)

6

- (1) 点PがBにもどるのは、出発してから
 $(18 \times 2) \div 3 = 12$ 秒後。

このとき、点Qは $2 \times 12 = 24\text{cm}$ 進んでいるので
 点Aから $24 + 3 - 18 = 9\text{cm}$ のところにいる。

よって、 $AQ = 9\text{cm}$ で、このとき、
 $\triangle ABC$ と $\triangle APQ$ ($\triangle ABQ$) の面積比は
 $AC : AQ = 18 : 9 = 2 : 1$ に等しい。
 つまり、 $\triangle ABC$ と $\triangle APQ$ の面積比は
 $2 : 1$ です。



- (2) $\triangle APQ$ がはじめて正三角形になるのは、はじめて $AP = AQ$ となるとき。
 P, Q が出発するとき、APの方がAQより3cm長い。この差は毎秒
 $3 - 2 = 1\text{cm}$ 縮まるなので、はじめて $AP = AQ$ になるのは
 $3 \div 1 = 3$ 秒後。
 このとき $AP = 18 - 3 \times 3 = 9\text{cm}$ 。つまり、 $\triangle APQ$ は1辺が9cmの正三角形
 となるので、 $\triangle ABC$ との相似比は $9 : 18 = 1 : 2$ なので、
 $\triangle ABC$ と $\triangle APQ$ の面積比は $2 \times 2 : 1 \times 1 = \underline{4 : 1}$ です。

- (3) 点Pが点Aに着くのは出発してから $18 \div 3 = 6$ 秒後。
 このとき、点Qは点Aまで、あと $(18 - 3) - 2 \times 6 = 15 - 12 = 3\text{cm}$ のところ
 にいる。よって、2回目に $AP = AQ$ となるのは、
 この $3 \div (3 + 2) = 3 \div 5 = 0.6$ 秒後。
 つまり、P, Q 出発してから $6 + 0.6 = \underline{6.6}$ 秒後 です。