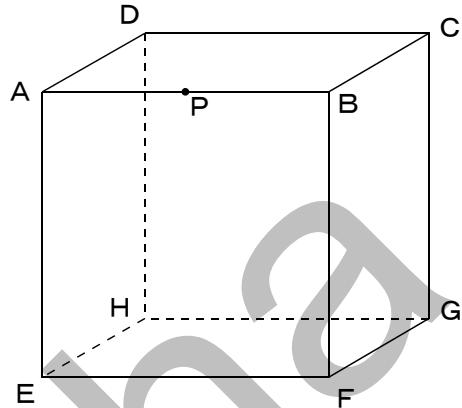


2020年度 公文国際学園中等部(問題)

- 5 右の図は、1辺の長さが9cmの立方体 $A B C D-E F G H$ です。 $A B$ の中点(真ん中の点)を P として、次の問い合わせに答えなさい。



- (1) 3点 B , D , E を通る平面で切ったとき、小さい方の立体の体積は何 cm^3 ですか。
- (2) 立方体 $A B C D-E F G H$ を、3点 P , C , G を通る平面で切ったときの切り口(切断面)の図形をしたのア～カの中から1つ選び記号で答えなさい。また、解答欄の図形にその切り口を斜線をひいて示しなさい。
 ア. 直角三角形 イ. 正三角形 ウ. 二等辺三角形
 エ. 正方形 オ. ひし形 カ. 長方形
- (3) 直線 $P C$ と直線 $B D$ が交わる点を Q とします。三角形 $B P Q$ の面積は何 cm^2 ですか。
- (4) (1)で考えた立体を、3点 P , C , G を通る平面で切ったとき、小さい方の立体の体積は何 cm^3 ですか。途中の考え方や式も記入すること。

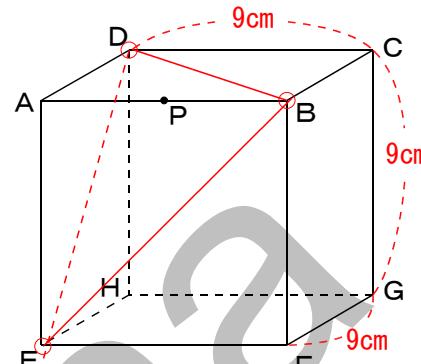
2020年度 公文国際学園中等部(解説)

5

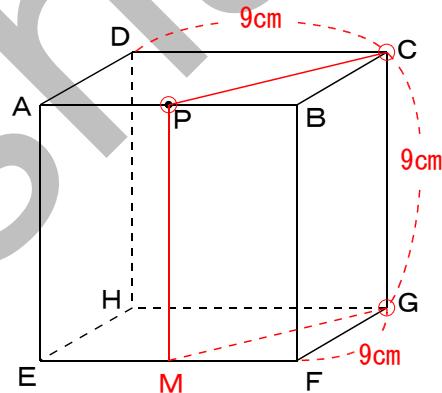
(1) 小さい方の立体は、三角すい $E - A B D$

なので、体積は

$$9 \times 9 \times \frac{1}{2} \times 9 \times \frac{1}{3} = \frac{243}{2} = 121.5 \text{cm}^3 \text{ です。}$$



(2) 立方体を3点 P, C, G を通る平面で切ったときの切り口は、右図で辺 EF の中点を M とすると、長方形 $PMGC$ になるので、力 です。

(3) $\triangle PBQ$ と $\triangle CDQ$ は相似で、相似比は

$$PB : CD = 1 : 2 \text{ なので,}$$

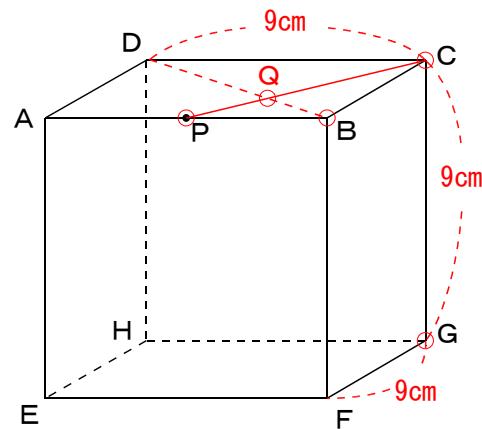
$$PQ : QC = 1 : 2.$$

よって、 $\triangle B P Q$ と $\triangle B C Q$ の面積比も $1 : 2$ 。また、 $PB = 9 \div 2 = 4.5 \text{cm}$ より、

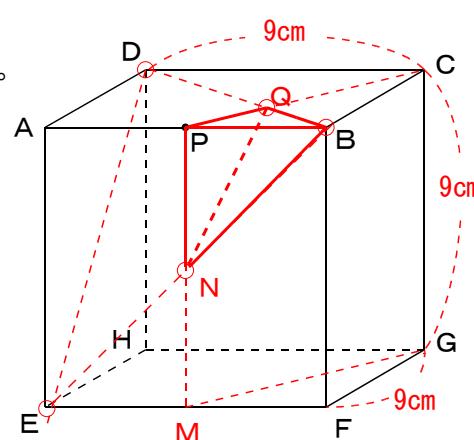
$$\begin{aligned} \triangle PBQ \text{ の面積} &= 9 \times 4.5 \div 2 = 9 \times \frac{9}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{81}{4} \text{cm}^2 \end{aligned}$$

なので、 $\triangle B P Q$ の面積は

$$\frac{81}{4} \times \frac{1}{1+2} = \frac{81}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4} \text{cm}^2 \text{ です。}$$

(4) 右図で、 PM と BE の交点を N とすると、(1)の立体を3点 PCG を通る平面で切ったとき、小さい方の立体は三角すい $N - B P Q$ 。 $\triangle PN B$ と $\triangle MNE$ は合同なので

$$PN = NM = 9 \div 2 = \frac{9}{2} \text{cm}.$$



また、この三角すいで底面の△B P Q

の面積は(3)から $6\frac{3}{4} \text{ cm}^2$ なので、

体積は

$$6\frac{3}{4} \times \frac{9}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{27}{4} \times \frac{9}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{81}{8} = 10\frac{1}{8} \text{ cm}^3 \text{ です。}$$