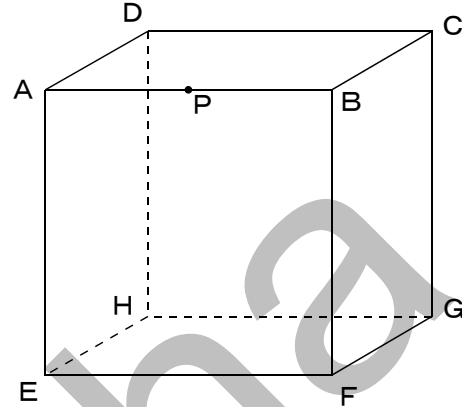


2020年度 公文国際学園中等部(問題)

5

右の図は、1辺の長さが9cmの立方体 $ABCD-EFGH$ です。 AB の中点 (真ん中の点) を P として、次の問いに答えなさい。



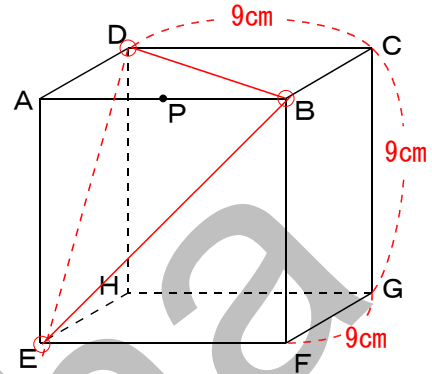
- (1) 3点 B , D , E を通る平面で切ったとき、小さい方の立体の体積は何 cm^3 ですか。
- (2) 立方体 $ABCD-EFGH$ を、3点 P , C , G を通る平面で切ったときの切り口 (切断面) の図形をしたの $\text{ア} \sim \text{カ}$ の中から1つ選び記号で答えなさい。また、解答欄の図形にその切り口を斜線をひいて示しなさい。
 ア. 直角三角形 イ. 正三角形 ウ. 二等辺三角形
 エ. 正方形 オ. ひし形 カ. 長方形
- (3) 直線 PC と直線 BD が交わる点を Q とします。三角形 BPQ の面積は何 cm^2 ですか。
- (4) (1) で考えた立体を、3点 P , C , G を通る平面で切ったとき、小さい方の立体の体積は何 cm^3 ですか。途中の考え方や式も記入すること。

2020年度 公文国際学園中等部(解説)

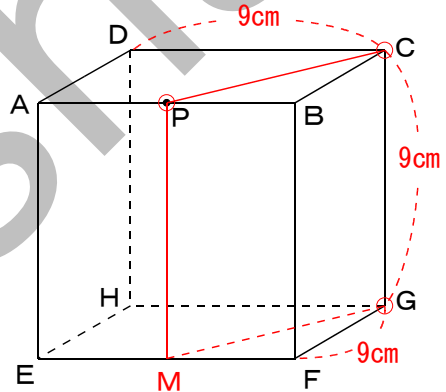
5

- (1) 小さい方の立体は、三角すいE－ABD
なので、体積は

$$9 \times 9 \times \frac{1}{2} \times 9 \times \frac{1}{3} = \frac{243}{2} = \underline{121.5\text{cm}^3} \quad \text{です。}$$



- (2) 立方体を3点P, C, Gを通る平面で切った
ときの切り口は、右図で辺EFの中点をMと
すると、長方形PMGCになるので、
力 です。

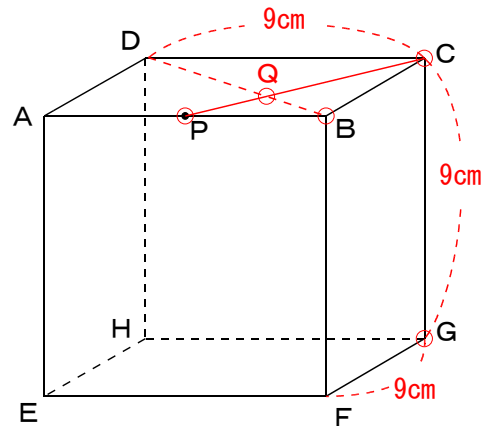


- (3) $\triangle PBQ$ と $\triangle CDQ$ は相似で、相似比は
 $PB : CD = 1 : 2$ なので、
 $PQ : QC = 1 : 2$ 。
よって、 $\triangle BPQ$ と $\triangle BCQ$ の面積比も $1 : 2$ 。
また、 $PB = 9 \div 2 = 4.5\text{cm}$ より、

$$\begin{aligned} \triangle PBC \text{の面積} &= 9 \times 4.5 \div 2 = 9 \times \frac{9}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{81}{4} \text{cm}^2 \end{aligned}$$

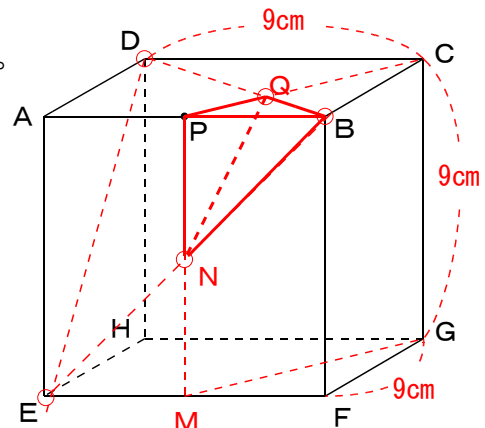
なので、 $\triangle BPQ$ の面積は

$$\frac{81}{4} \times \frac{1}{1+2} = \frac{81}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{27}{4} = \underline{6\frac{3}{4}\text{cm}^2} \quad \text{です。}$$



- (4) 右図で、PMとBEの交点をNとすると、
(1)の立体を3点PCGを通る平面で切った
とき、小さい方の立体は
三角すいN－BPQ。
 $\triangle PNB$ と $\triangle MNE$ は合同なので

$$PN = NM = 9 \div 2 = \frac{9}{2} \text{cm。}$$



また、この三角すいで底面の△BPQ

の面積は(3)から $6\frac{3}{4}\text{cm}^2$ なので、

体積は

$$6\frac{3}{4} \times \frac{9}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{27}{4} \times \frac{9}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{81}{8} = 10\frac{1}{8}\text{cm}^3 \text{ です。}$$