

2020年度 中央大学附属横浜中学校(問題)

- 4 図1のように、長方形PQRSと長方形ABCDがあり、3点A, B, Dはそれぞれ辺PQ, QR, PS上にあります。PQ = 5cm, PS = 12cm, AQ = QB = 2cmのとき、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は3.14とします。

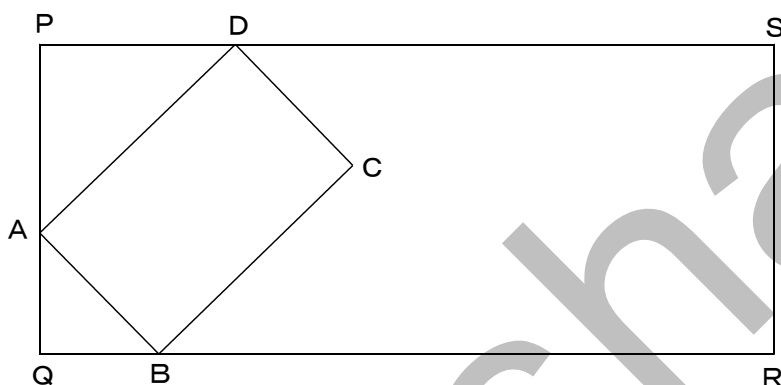


図1

- (1) 長方形ABCDの面積は何 cm^2 ですか。

図2のように、2点T, Uをそれぞれ辺PS, QR上にとって、長方形PQUTをつくりました。このとき、 $AB : AD = PQ : PT$ となりました。さらに、点Uを中心に長方形ABCDを時計まわりに 90° 回転してできる長方形A'B'C'D'とします。

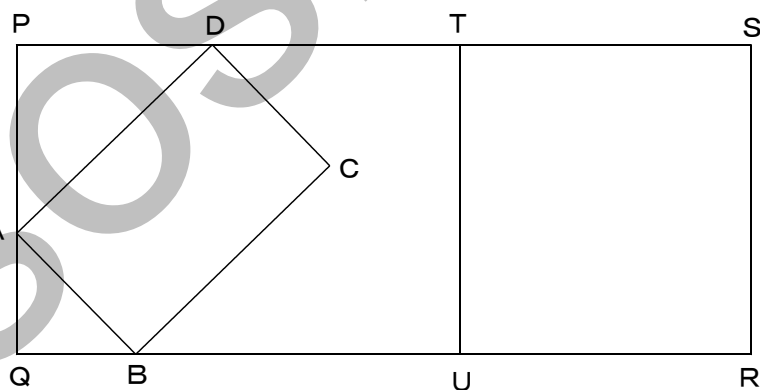


図2

- (2) この回転によって点Bが動いた長さは何 cm ですか。
- (3) 長方形PQRSと長方形A'B'C'D'が重なった部分の面積は何 cm^2 ですか。

2019年度 中央大学附属横浜中学校(解説)

4

- (1) 右図で、 $\triangle AQB$ は直角二等辺三角形なので、 $\angle QAB = 45^\circ$ 。

よって、 $\angle PAD = 180 - (90 + 45) = 45^\circ$ となるので、

$\triangle PAD$ も直角二等辺三角形。

したがって、 $PD = PA = 5 - 2 = 3\text{cm}$ となるので、

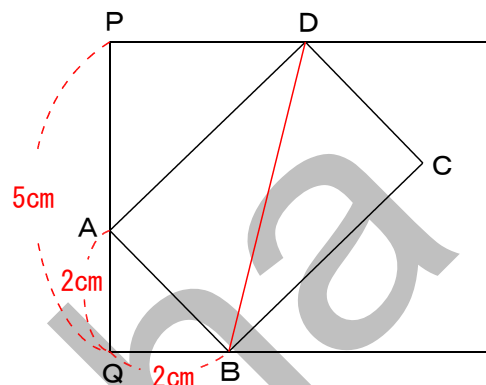
$\triangle ABD$ の面積は

台形 $PQBD$ の面積から $\triangle AQB$ と

$\triangle PAD$ の面積を除いて

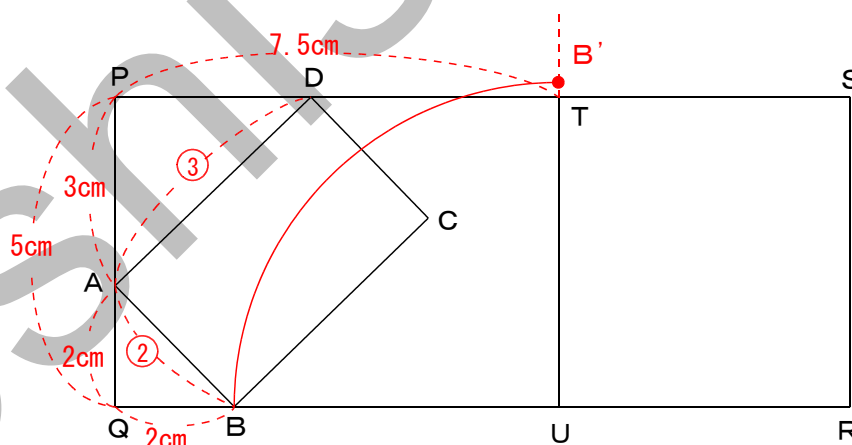
$$(2 + 3) \times 5 \div 2 - (2 \times 2 \div 2 + 3 \times 3 \div 2) = 12.5 - (2 + 4.5) \\ = 12.5 - 6.5 = 6\text{cm}^2。$$

よって、長方形 $ABCD$ の面積は $6 \times 2 = \underline{12\text{cm}^2}$ です。



- (2) 右図で、
 $\triangle PAD$ と $\triangle AQB$ は相似で、相似比は
 $3 : 2$ なので、
 $AD : AB = 3 : 2$ 。
 よって $PQ : PT$ も
 $3 : 2$ で、 $PQ = 5\text{cm}$
 より、

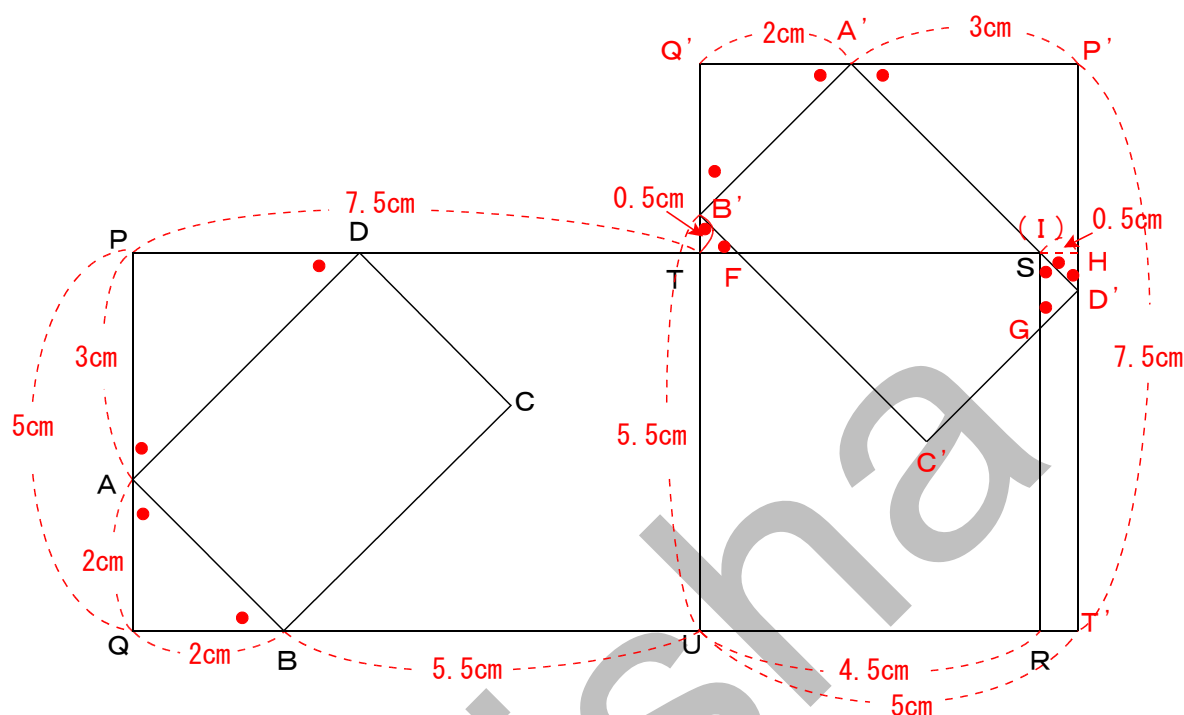
$$PT = 5 \times \frac{3}{2} = \frac{15}{2} \\ = 7.5\text{cm}。$$



よって、 $BU = 7.5 - 2 = 5.5\text{cm}$ なので、点 B が動いたあとは半径 5.5cm 、中心角 90° のおうぎ形の弧。

$$\text{よって、点} B \text{が動いた長さは } 5.5 \times 2 \times 3.14 \times \frac{90}{360} = \frac{11}{4} \times 3.14 \\ = 11 \times 3.14 \div 4 = \underline{8.635\text{cm}} \text{ です。}$$

(3)



長方形 $PQUT$ を点 U の周りに時計回りに 90° 回転させた図形を長方形 $P'Q'U'T'$ とすると、上図のようになる。上図で、 TS の延長と $P'T'$ の交点を H とすると $TS = 12 - 7.5 = 4.5\text{cm}$ 。…(7) また、

$HD' = P'D' + HT' - P'T' = 3 + 5 - 7.5 = 0.5\text{cm}$ で、上図の●の角度はすべて 45° なので、 TH と $A'D'$ の交点を I とすると $\triangle IHD'$ は直角二等辺三角形で、

$IH = HD' = 0.5\text{cm}$, $TI = 5 - 0.5 = 4.5\text{cm}$ …(1) となるので、

(7), (1) より、 S と I は一致する。つまり、辺 AD' は点 S を通る。

また、 $B'T' = HD' = 0.5\text{cm}$ より、2つの直角二等辺三角形、 $\triangle B'T'F$ と $\triangle D'SH$ は、合同なので、 $B'F = D'S$ 。

よって、 FS は長方形 $A'B'C'D'$ の面積を二等分するので、

台形 $SFC'D'$ の面積は $12 \times \frac{1}{2} = 6\text{cm}^2$ 。

また、 $SG = SH' \times 2 = 0.5 \times 2 = 1\text{cm}$ なので、

$\triangle SGD'$ の面積は $1 \times 0.5 \times \frac{1}{2} = 0.25\text{cm}^2$ 。

よって、長方形 $PQRS$ と長方形 $A'B'C'D'$ の重なった部分の面積は $6 - 0.25 = \underline{5.75\text{cm}^2}$ です。