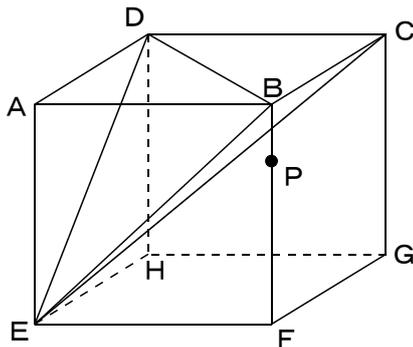
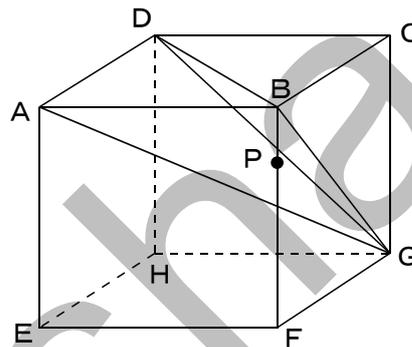


2020年度 中央大学附属中学校(問題)

- 5 1 辺の長さが 12cm の立方体 $A B C D - E F G H$ の辺 $B F$ 上に点 P があります。頂点 B, C, D, E でつくられる三角すいを X ，頂点 A, B, D, G でつくられる三角すいを Y ， X と Y が重なる部分を Z とします。



〈 三角すい X 〉



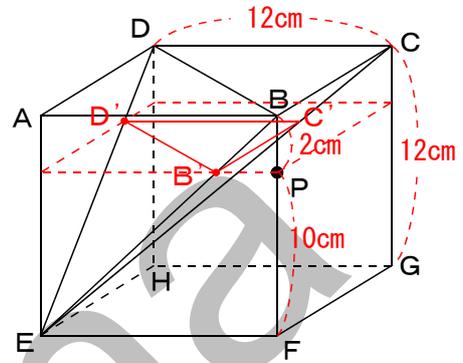
〈 三角すい Y 〉

- (1) $B P = 2\text{cm}$ のとき， X を点 P を通り平面 $A B C$ に平行な平面で切った切り口の図形の面積は何 cm^2 ですか。
- (2) $B P = 3\text{cm}$ のとき， Z を点 P を通り平面 $A B C$ に平行な平面で切った切り口の図形の面積は何 cm^2 ですか。
- (3) Z を点 P を通り平面 $A B C$ に平行な平面で切った切り口が最も大きい正方形になるのは $B P$ の長さが何 cm のときですか。

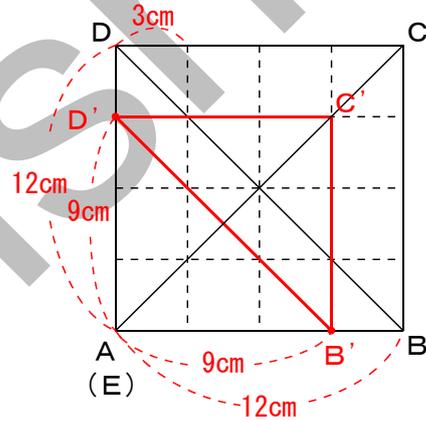
2020年度 中央大学附属中学校(解説)

5

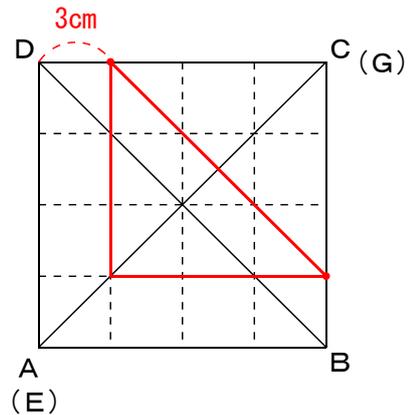
- (1) 切り口は右図の $\triangle B'C'D'$ 。
 また、三角すい $E-B'C'D'$ は三角すい X と相似で相似比は高さの比 $(12-2):12=10:12=5:6$ なので、 $\triangle B'C'D'$ と $\triangle BCD$ の相似比も $5:6$ 、面積比は $5 \times 5 : 6 \times 6 = 25:36$ 。
 $\triangle BCD$ の面積が $12 \times 12 \div 2 = 72\text{cm}^2$ なので、切り口である $\triangle B'C'D'$ の面積は $72 \times \frac{25}{36} = \underline{50\text{cm}^2}$ です。



- (2) $BP = 3\text{cm}$ のとき三角すい X を P を通り平面 ABC に平行な平面で切ると、(1)と同様に切り口を $\triangle B'C'D'$ とすると、三角すい $E-B'C'D'$ と三角すい X は相似で、相似比は $(12-3):12=9:12=3:4$ となり、切り口を真上から見ると右図の赤線のようになる。



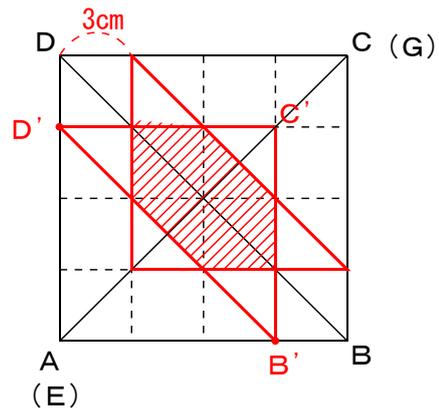
同様に、 $BP = 3\text{cm}$ のとき三角すい Y を P を通り平面 ABC と平行な平面で切り、切り口を真上から見ると右図の赤線の三角形となる。



よって、この2つの切り口の重なった部分が、三角すい X と三角すい Y の重なる部分である立体 Z の切り口となる。

したがって、切り口は右下図の斜線部分になるので、面積は、

$$(3 \times 3) \times 2 + (3 \times 3 \div 2) \times 2 = 18 + 9 = \underline{27\text{cm}^2} \text{ です。}$$



- (3) Z を点 P を通り平面 ABC に平行な平面で切った切り口が最も大きい正方形になるとき、それを真上から見ると、右図のようになる。右図で印をつけた 3 つの線分の長さは等しいので、三角すい Z の切り口を $\triangle B'C'D'$ とすると、右図から $EC' : EC = EB' : EB = 2 : 3$ となるので、三角すい E- $B'C'D'$ と三角すい X の相似比は 2 : 3。よって、 $FP : FB' = 2 : 3$ となるので、 $FP = 12 \times \frac{2}{3} = 8\text{cm}$ 。したがって、 $BP = 12 - 8 = \underline{4\text{cm}}$ です。

