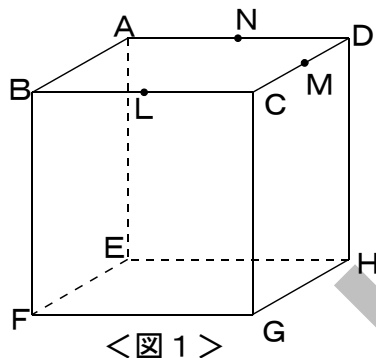
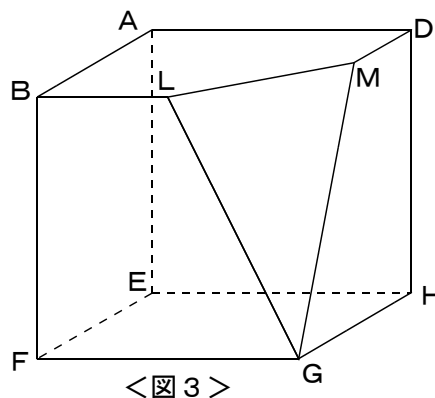
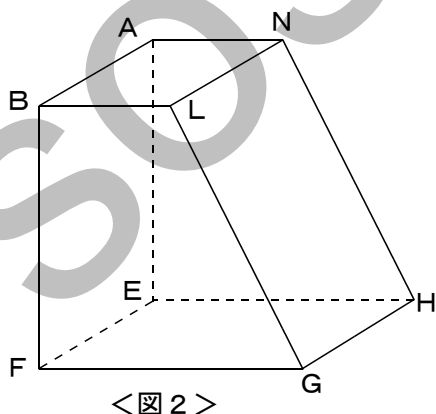


2020年度 豊島岡女子学園中学校(問題)

- 6 下の〈図1〉のように、1辺の長さが10cmの立方体 $ABCD-EFGH$ があります。辺 BC 、 CD 、 DA の真ん中の点をそれぞれ L 、 M 、 N とすると、次の各問いに答えなさい。

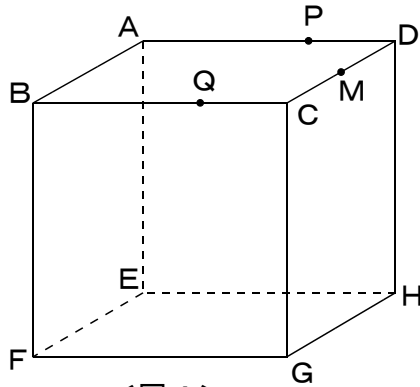


- (1) 4点 L 、 N 、 H 、 G を通る平面で立方体 $ABCD-EFGH$ を切り、2つの立体に分けます。〈図2〉は2つの立体のうち頂点 E を含む立体です。その中に、はみ出ないようにできるだけ大きい立方体を、1つの頂点が点 E と重なるように置きます。このとき、その立方体の1辺の長さを求めなさい。
- (2) 3点 L 、 M 、 G を通る平面で立方体 $ABCD-EFGH$ を切り、2つの立体に分けます。〈図3〉は2つの立体のうち頂点 E を含む立体です。その中に、はみ出ないようにできるだけ大きい立方体を、1つの頂点が点 E と重なるように置きます。このとき、その立方体の1辺の長さを求めなさい。

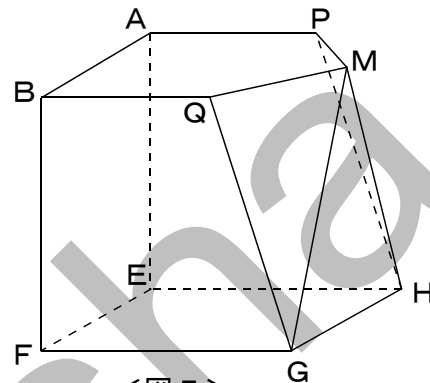


- (3) 下の＜図4＞のように、辺AD、BC上にそれぞれ点P、Qを、DPとCQの長さが等しくなるようにとります。3点Q、M、Gを通る平面と3点P、M、Hを通る平面で立方体 $ABCD-EFGH$ を切り、3つの立体に分けます。

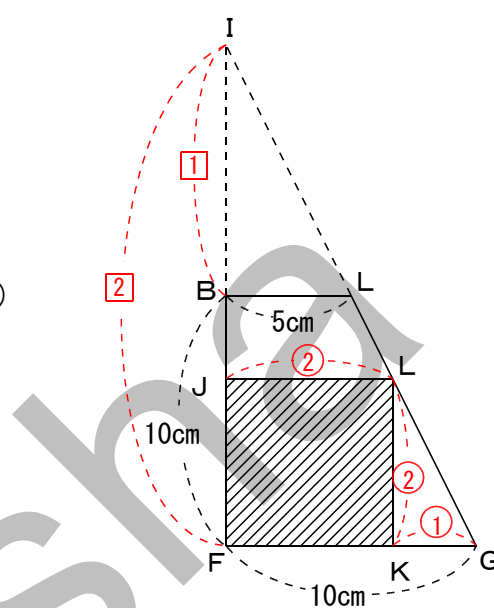
＜図5＞は3つの立体のうち頂点Eを含む立体です。その中に、はみ出ないようにできるだけ大きい立方体を、1つの辺が辺EFと重なるように置きます。その立方体の1辺の長さが8cmであったとき、元の立方体のDPの長さを求めなさい。



＜図4＞



＜図5＞



となるので、比を用いて $V_G = \textcircled{1}$ 、 $V_T = \textcircled{4}$ とすると、 $V_T = T U$ より、 $T U = \textcircled{4}$ 。よって、 $F_G = \textcircled{4} + \textcircled{1} = \textcircled{5}$ で、 $F_G = 10\text{cm}$ より、
立方体の1辺の長さは $\textcircled{4} = 10 \times \frac{4}{5} = \underline{8\text{cm}}$ です。

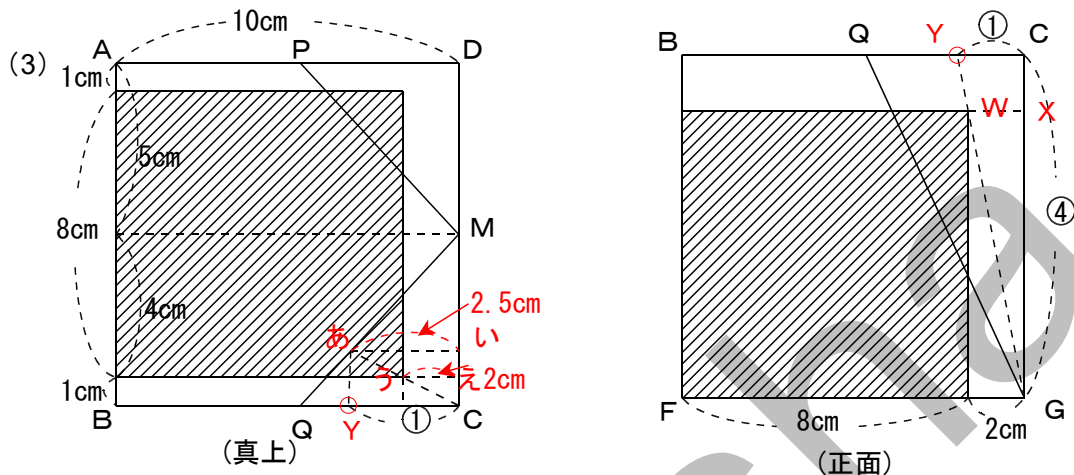


図5の立体にできるだけ大きな立方体が入った図を、真上と正面から見ると、上図のようになる。(正面)の図で $\triangle CYG$ と $\triangle XWG$ は相似なので、

$$CY : CG = XW : XG = (10 - 8) : 8 = 2 : 8 = 1 : 4 \text{ で, } CG = 10\text{cm}$$

よ り $CY = 10 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{2} = 2.5\text{cm}$ 。

よって、(真上)の図で、 $\text{あい} : \text{うえ} = 2.5 : (10 - 8) = 2.5 : 2 = 5 : 4$ でこれは相似な「三角形Cあい」と「三角形Cうえ」の相似比を表すので、

C い ; C え = 5 : 4 で , C え = 5 - 4 = 1cm より , C い = $1 \times \frac{5}{4} = \frac{5}{4}$ cm。

よって、 $MI = 5 - \frac{5}{4} = \frac{15}{4} \text{ cm}$ 。

また、「三角形Mあい」と「三角形MQC」は相似で、相似比は

$$M_{\text{い}} : M_{\text{C}} = \frac{15}{4} : 5 = \frac{15}{4} : \frac{20}{4} = 3 : 4 \text{ なの、}$$
$$QC = \text{あい} \times \frac{4}{3} = 2.5 \times \frac{4}{3} = \frac{5}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3} \text{ cm.}$$

つまり、 $DP = QC = 3\frac{1}{3}$ cm です。