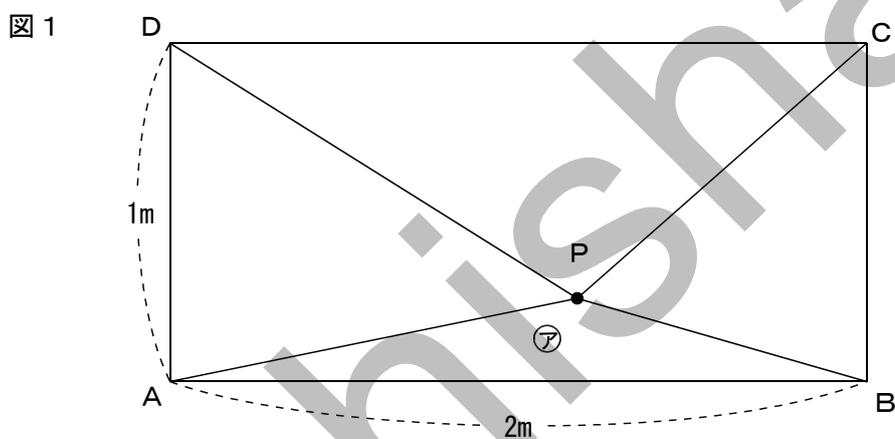
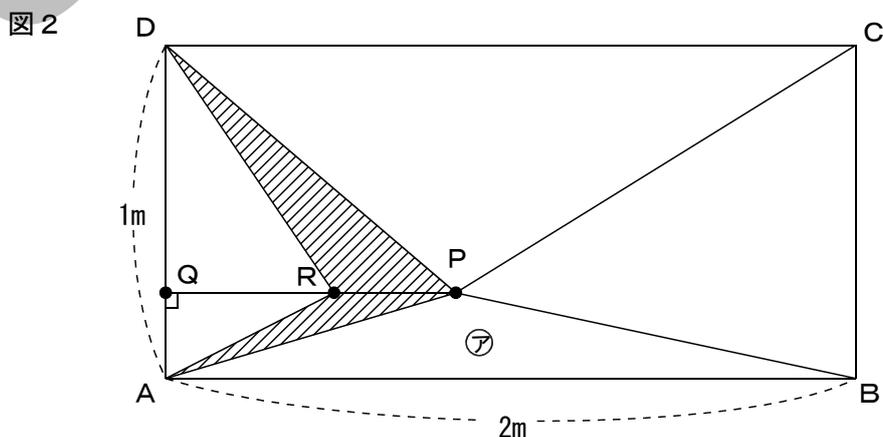


2020年度 筑波大附属駒場中学校(問題)

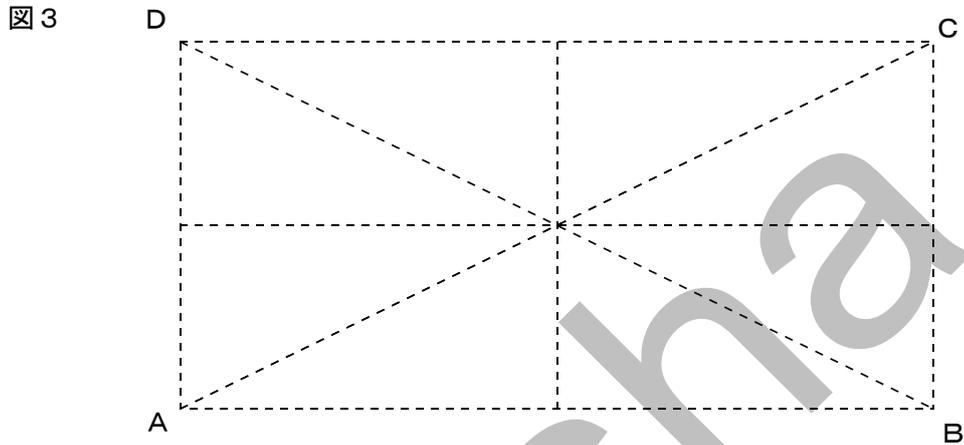
- 4 図1のように、長方形 $ABCD$ において、辺 AB の長さが 2m 、辺 AD の長さが 1m です。この長方形の内側に点 P を、4つの三角形 PAB 、 PBC 、 PCD 、 PDA の面積がすべて異なるようにとります。4つの三角形を、面積の小さい順に㉠、㉡、㉢、㉣としたところ、三角形 PAB が㉠となり、㉠と㉡、㉡と㉢、㉢と㉣の面積の差がすべて等しくなりました。次の問いに答えなさい。



- (1) ㉠の面積が $\frac{1}{6}\text{m}^2$ とき、㉣の面積を求めなさい。
- (2) 点 P が図2の位置にあるとき、三角形 PDA が㉡です。また、図2で、点 Q は辺 AD と上、点 R は直線 PQ 上にあり、 PQ と AD は垂直です。さらに斜線で示した図形 $DRAP$ の面積は、㉠と㉡の面積の差に等しく、 $\frac{1}{6}\text{m}^2$ です。このとき、 QR の長さを求めなさい。



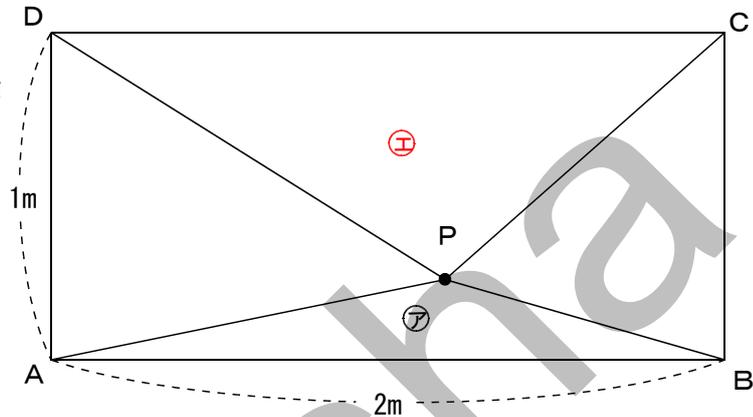
- (3) 点Pとして考えられるすべての位置を回答欄の長方形A B C Dの内側にかきなさい。ただし、 $\textcircled{ア}$ 、 $\textcircled{イ}$ 、 $\textcircled{ウ}$ 、 $\textcircled{エ}$ の面積はすべて異なるので、図3の点線部分は答えにふくまれません。



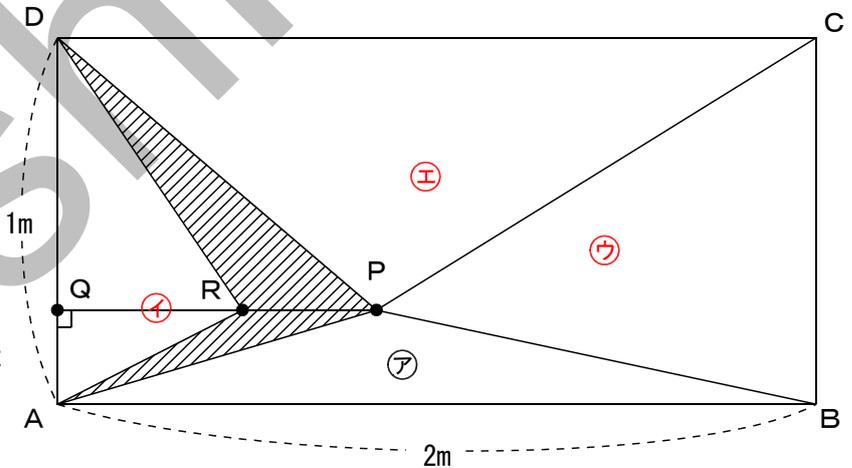
2020年度 筑波大附属駒場中学校(解説)

4

- (1) 右図で△PABの面積+△PCDの面積
 =△PADの面積+△PBCの面積
 = $(2 \times 1) \times \frac{1}{2}$
 = 1m^2 で、
 △PABが面積最大の㉞なので、
 面積が最小の三角形は△PCDでこれが㉟。
 よって、㉟の面積は $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}\text{m}^2$ です。



- (2) ㉞と㉟の面積の差は
 斜線部分の面積の $\frac{1}{6}\text{m}^2$
 に等しいので、
 ㉞の面積と㉟の面積の
 差は $\frac{1}{6} \times 3 = \frac{1}{2}\text{m}^2$ 。
 また、㉞と㉟の面積の和は
 1m^2 なので、㉞の
 面積は



和差算から $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}\text{m}^2$ 。よって、㉜の面積は $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}\text{m}^2$ なので、

△ADRの面積は $\frac{5}{12} - \frac{1}{6} = \frac{1}{4}\text{m}^2$ 。したがって、 $1 \times QR \div 2 = \frac{1}{4}$ より、

$QR = \frac{1}{4} \times 2 \div 1 = \frac{1}{2}\text{m}$ です。

- (3) ① = $\triangle PDA$ のとき…
 ② = $\triangle PBC$, ③ = $\triangle PCD$
 で、面積が比のずつ増えると
 すると、

$$\begin{aligned} \triangle PDA \text{ の面積} &= \triangle PAB \text{ の面積} + 1, \\ \triangle PBC \text{ の面積} &= \triangle PAB \text{ の面積} + 2. \end{aligned}$$

よって、右上図で、 $\triangle SDA$

の面積 = $\triangle TBC$ の面積 = $\triangle PAB$ の面積… (7) とすると、
 左右の斜線部分の面積の比は 1 : 2 なので、 $PS : PT = 1 : 2$ 。

つまり、 P は ST を 1 : 2 に分ける点。… (イ)

また、(7) と、 $AB : AD = 2 : 1$ より、 $AM : SM = 1 : 2$, $BN : NT = 1 : 2$
 となるので、長方形 $ABCD$ の対角線の交点を O とすると、
 S は OA 上の点、 T は OB 上の点となる。… (ウ)

直線 ST を上下に動かすと、

(イ)、(ウ) より、 AB を 3 等分する点を左から U , V とすると、
 P は線分 OU 上を動く。

また、④ = $\triangle PBC$ のとき…

上と同様に考えると、 P は線分 OV 上を動く。ただし、 P は三角形 PAB が
 できる条件から、 U , V とは一致せず、また、4 つの三角形の面積が異なることから
 O とも一致しない。

以上の結果から、点 P の位置は
右図の線分 OU と線分 OV で、
線分の両端は含まない。

