2020年度　明法中学校(問題)

5　長方形の白のタイルと黒のタイルがそれぞれたくさんあります。図１のように，白のタイルは横の長さが1cm，2cm，3cmの3種類，黒のタイルは横の長さが5cm，3cm，2cmの3種類があります。

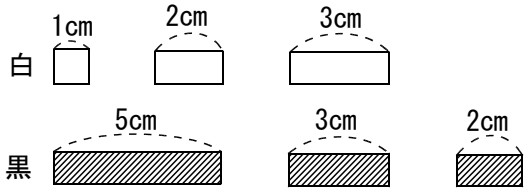

図１

図２のように，白のタイルだけを左から1cm，2cm，3cmの順に，黒のタイルだけを左から5cm，3cm，2cmの順に，それぞれくり返しつなげます。

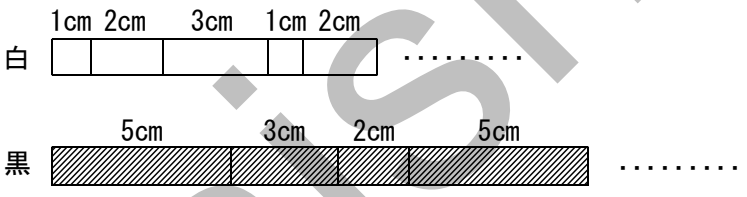

図２

図３は，白のタイルを7枚，黒のタイルを5枚つなげたところです。
このとき，白のタイルの長さは13cm，黒のタイルの長さは18cmになりました。

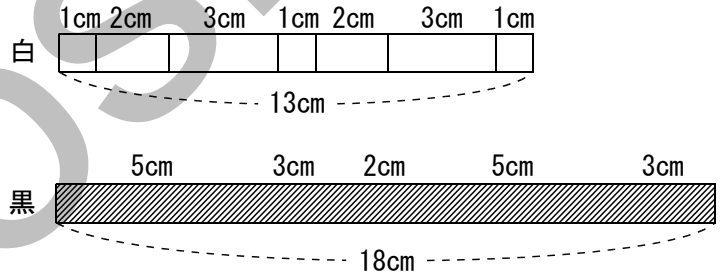

図３

次の問いに答えなさい。

(1)　白のタイルを11枚つなげました。タイルの長さは何cmになりますか。

(2)　黒のタイルを何枚かつなげました。タイルの長さは25cmでした。黒のタイルは何枚つなげましたか。

(3)　白のタイルと黒のタイルを同じ長さになるようにつなげます。使うタイルの枚数をできるだけ少なくするとき，白と黒のタイルをそれぞれ何枚使いますか。

(4)　白のタイルを67枚つなげました。このとき，黒のタイルとの長さの差は3cmでした。黒のタイルは何枚つなげましたか。

soshisha

(5)　白と黒のタイルを合わせて502枚使いました。このとき，白と黒のタイルの長さの差は5cmでした。白のタイルは何枚つなげましたか。
つなげたタイルの枚数は2通り考えられます。どちらも答えなさい。

soshisha

2020年度　明法中学校(解説)

5

(1)　白のタイルについて，左から横の長さが1cm，2cm，3cmの3枚を1組とすると，
1組の長さは1＋2＋3＝6cm。
よって，11枚つなげるとタイルの長さは
11÷3＝3余り2より，6×11＋（1＋2）＝66＋3＝69cm　です。

(2)　黒のタイルについて，左から横の長さが5cm，3cm，2cmの3枚を1組とすると，
1組の長さは5＋3＋2＝10cm。
よって，タイルの長さが25cmのとき，
25÷10＝2余り5で，余りの5cmは組の最初の1枚なので，
つないだタイルの枚数は3×2＋1＝7枚　です。

(3)　白のタイル1組6cmと黒のタイル1組10cmの最小公倍数は30cm。
よって，それぞれ30cmのとき白と黒の長さは同じになる。
この長さまで白のタイルの長さは途中で
1，3，6，7，9，12，13，15，18，19，21，24，25，27cm‥(ｱ)　となる。
また，黒のタイルの長さは途中では
5，8，10，15，18，20，25，28cm‥(ｲ)　となるので，
白のタイルの長さと黒の長さが同じ長さで最も短くなるは15cmのとき。
よって，白のタイルは8枚，黒のタイルは4枚　使います。

(4)　白のタイルを67枚つなげたとき
67÷3＝22余り1，つまり，22組と1枚より長さは
6×22＋1＝133cm。このとき黒のタイルの長さは
133－3＝130cmなので，黒のタイルは
130÷10＝13組。よって，つなげた黒のタイルをつなげた枚数は
3×13＝39枚　です。

(5)　白タイル1組の長さと黒タイル1組の長さの最小公倍数が30cmで，
このときの白タイルは30÷6＝5組でタイルの枚数は3×5＝15枚，
黒タイルは30÷10＝3組でタイルの枚数は3×3＝9枚。
よって，タイルの枚数が白タイル15枚と黒タイル9枚の和の15＋9＝24枚の倍数のとき，白タイルの長さと黒タイルの長さは等しくなる。
使った枚数が502枚で白と黒の差が5cmのとき，
502÷24＝20余り22より，白15×20＝300枚と黒9×20＝180枚をつなげた長さは等しく，残りの白，黒の22枚で長さの差が5cmとなる。
(ｱ)，(ｲ)より，白15枚，黒22－15＝7枚のとき，
白15枚の長さは30cm，黒7枚の長さが25cmとなり差が5cmとなるので適する。
このとき白のタイルの枚数は300＋15＝315枚。
また，(ｱ)，(ｲ)より，黒9枚，白22－9＝13枚のとき，
黒9枚の長さは30cm，白13枚の長さは25cmとなり差が5cmとなるので適する。
このとき白のタイルの枚数は300＋13＝313枚。
以上の結果から，白タイルの枚数は313枚か315枚　です。

sosnisha