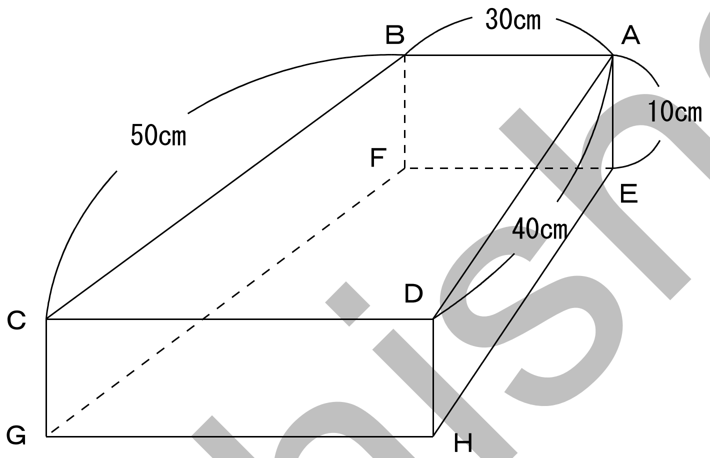
2020年度　攻玉社中学校(問題)

4　次の問いに答えなさい。

図の立体は，辺ＥＦと辺ＨＧが平行と辺ＥＨが垂直である。
台形ＥＦＧＨを底面とする四角柱で，高さは10cm，体積は18000cm³です。



(1)　ＣＤの長さを求めなさい。

(2)　点Ｂと点Ｄをむすんでできる三角形ＢＣＤの面積を求めなさい。

次のこの四角柱の辺の上を動く点Ｐと点Ｑを考えます。
点Ｐは，秒速1cmで点Ａを出発して，点Ａ→点Ｂ→点Ｃ→点Ｄと動き，
点Ｑは，秒速2cmで点Ｅを出発して，点Ｅ→点Ｈ→点Ｇ→点Ｆと動きます。
ＰとＱは同時に出発し，ＰとＱをむすんだＰＱの長さが，出発してからもう一度10cmになったときに同時にとまります。

(3)　出発してから20秒後のＰとＱについて，辺ＡＤの上に，ＰＲとＱＲの長さの和が最も小さくなるような点Ｒをとりました。このとき，ＡＲの長さを求めなさい。

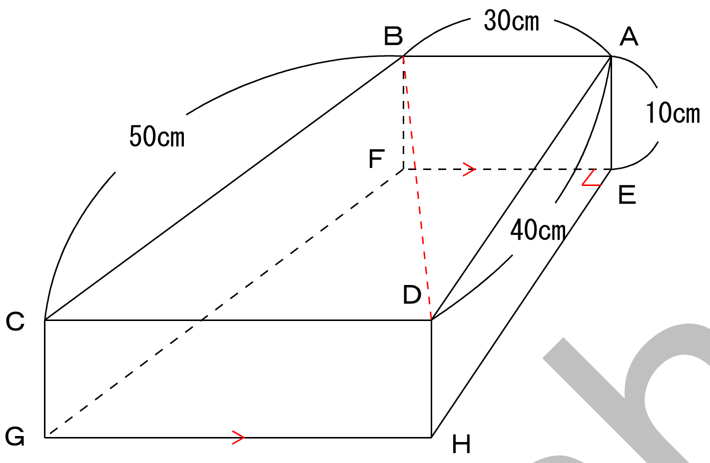
(4)　ＰとＱが止まるのは，出発してから何秒後ですか。

(5)　ＰとＱが止まったとき，この立体をＰ，Ｑを通る平面で切ります。
このとき，Ｃをふくむほうの立体の体積を求めなさい。

2020年度　攻玉社中学校(解説)

4

(1)



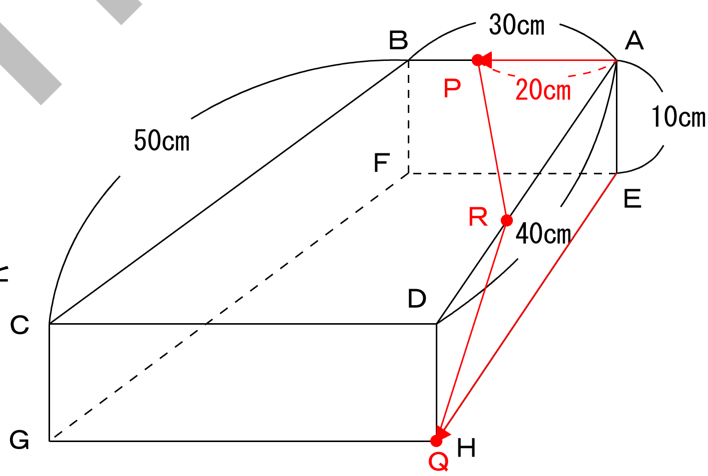
上図の立体は体積が18000cm^{3}で，高さが10cmなので，
底面の台形の面積は18000÷10＝1800cm^2　。
よって，(30＋ＣＤ)×40÷2＝1800　より，
30＋ＣＤ＝1800×2÷40＝90，ＣＤ＝90－30＝60cm　です。

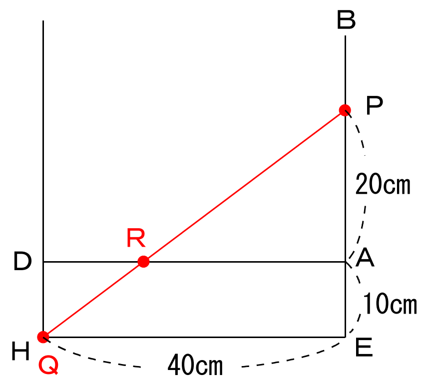
(2)　△ＢＣＤの面積はＣＤ＝60cm，ＡＤ＝40cmより，
60×40÷2＝1200cm^2　です。

(3)　出発してから20秒後，
Ｐは Ａから1×20＝20cm進み，
Ｑは Ｅから2×20＝40cm進ので，
右図のようになる。
このとき，右下図のように
立体の展開図の一部を考えると
ＰＲ＋ＱＲが最小になる
とき，Ｐ，Ｒ，Ｑは一直線
上にある。
右下図において，
△ＰＲＡと△ＰＱＥは相似で
相似比は
ＰＡ：ＰＥ＝20：(20＋10)
＝20：30＝2：3。
よって，ＡＲ：ＥＱ＝2：3で，
ＥＱ＝40cmなので，

$$\text{ＡＲ}=40\times\frac{2}{3}=\frac{80}{3}$$

$$=26\frac{2}{3}\text{ cm}$$　です。





(4)　Ｑの真上にある台形ＡＢＣＤ上の点を点Ｓとすると，
ＰＱの長さが10cmとなるのは，ＰとＳが出会うとき。
台形ＡＢＣＤの周の長さは30＋50＋60＋40＝180cmなので，出発してから
180÷(1＋2)＝180÷3＝60秒後　です。

(5)　ＰとＱが止まったとき，Ｐは1×60＝60cm進み，ＱはＰの真下にあるので，
右図のようになる。
よって，立体をＰ，Ｑ，Ｄを通る平面で
切ったとき，Ｃを含む方の立体は
三角柱ＰＣＤ－ＱＧＨ‥(ｱ)　になる。
また，右図で，△ＢＣＤの面積
は(2)から1200cm²　で，
ＣＰ＝30＋50－60＝20cm，
ＰＢ＝50－20＝30cmなので，
△ＰＣＤと△ＢＰＤの面積比は
20：30＝2：3。
よって，△ＰＣＤの面積は

$$1200\times\frac{2}{2+3}=1200\times\frac{2}{5}=480\text{cm}^2$$

なので，(ｱ)の体積は
480×10＝4800cm³　です。