

2020年度 城北中学校(問題)

5

1 辺が 3cm の立方体 $ABCD-EFGH$ があります。

図 1 のように 4 点 A, C, F, H を頂点とする三角すいを立体アとします。

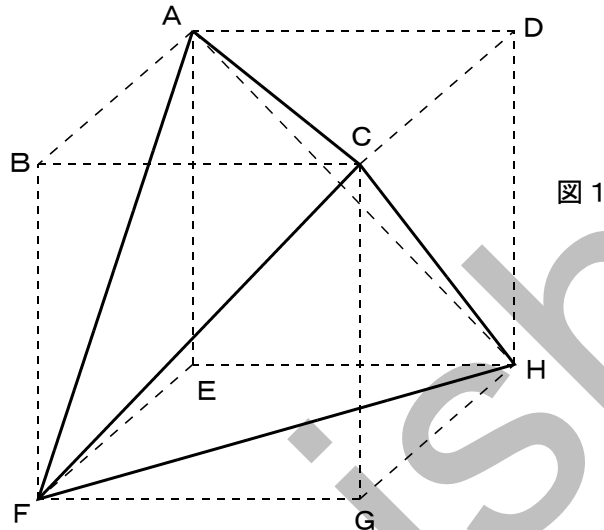


図 1

次の問いに答えなさい。

- (1) 立体アの体積を求めなさい。

次に、4 点 B, D, E, G を頂点とする三角すいを立体イとします。

図 2 は、立体アと立体イを組み合わせた立体を表したものです。

この立体を立体ウとします。

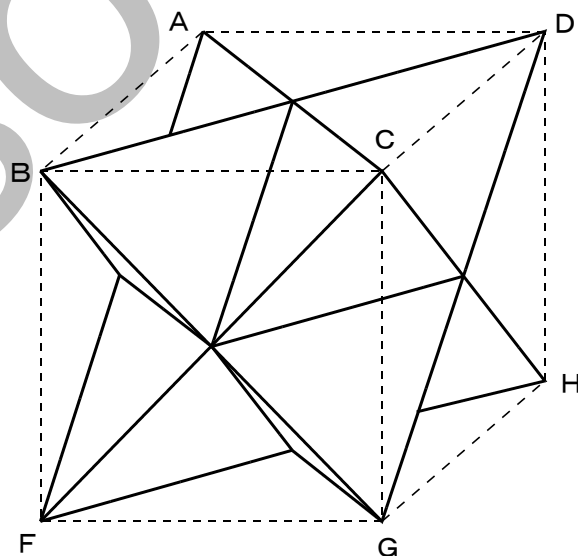


図 2

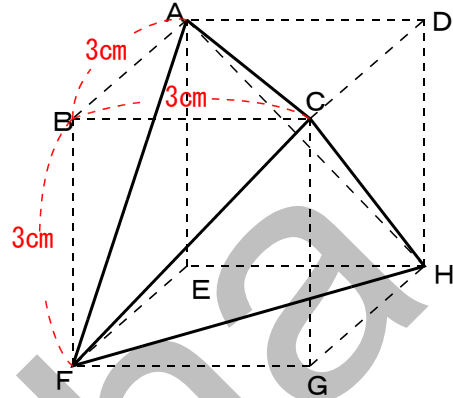
- (2) 立体アと立体イが重なっている部分の体積を求めなさい。
- (3) 立体ウの体積は、(2)で求めた体積の何倍か求めなさい。

2020年度 城北中学校(解説)

5

- (1) 立体アは立方体から、三角すい
 $F-ABC$ と合同な三角すいを
 $F-ABC$ を含めて4個取り除いた
 ものなので、体積は

$$3 \times 3 \times 3 - 3 \times 3 \times \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{1}{3} \times 4 \\ = 27 - 18 = \underline{9\text{cm}^3} \quad \text{です。}$$



- (2) 右図で、面 $A FH$ と面 $B G D$ は平行
 なので、
 AC と BD , CF と BG , CH と GD
 の交点をそれぞれ P , Q , R とすると、
 三角すい $C-AFH$ と $C-PQR$ は相似
 で相似比は $CA : CP = 2 : 1$ 。
 よって、体積比は $2 \times 2 \times 2 : 1 \times 1 \times 1$
 $= 8 : 1$ 。

三角すい $C-AFH$ は立体アなので、

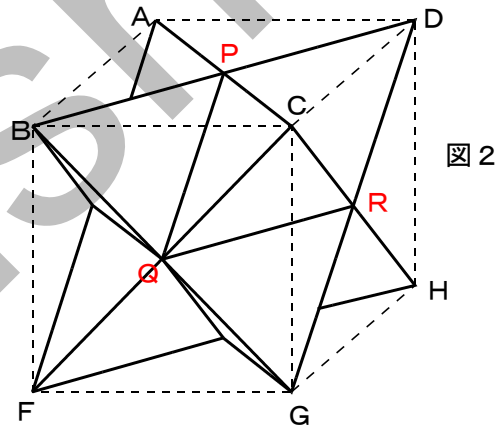
(1) より、体積は 9cm^3 、

三角すい $C-PQR$ の体積は

$$9 \times \frac{1}{8} = \frac{9}{8} \text{cm}^3 \quad \text{となる。}$$

立体アと立体イが重なっている部分は、立体アから、三角すい $C-PQR$ と合同な三角すいを $C-PQR$ を含めて4個取り除いたものなので、

$$\text{体積は } 9 - \frac{9}{8} \times 4 = 9 - \frac{9}{2} = \frac{9}{2} = \underline{4.5\text{cm}^3} \quad \text{です。}$$



- (3) 立体ウは立体アと立体イの重なった部分に、三角すい $C-PQR$ と合同な三角すいを $C-PQR$ を含めて8個つけ加えたものなので、体積は

$$4.5 + \frac{9}{8} \times 8 = 4.5 + 9 = 13.5\text{cm}^3。$$

これは(2)で求めた体積の $13.5 \div 4.5 = \underline{3 \text{倍}}$ です。